l-Proyección de la órbita de un satélite de comunicaciones

# Introducción

Una imagen muy corriente en los sistemas de comunicaciones por satélite es el de la proyección de la órbita de un satélite sobre un mapa del mundo. En la Fig.1 se muestra un ejemplo de esta proyección: yendo de izquierda a derecha los puntos en rojo indican los puntos de la tierra donde se ve al satélite en posición cenital, en función del tiempo; cada cierto número de puntos se muestra en un recuadro la hora de un día, de las 0.00 a las 23.00, y el punto al lado del recuadro indica que a esa hora en ese punto se ve al satélite en posición cenital.

El objetivo de esta práctica es dibujar, marcando punto a punto, la proyección de la órbita que recorre un satélite a lo largo de 24 horas sobre un mapa disponible en Moodle. Cada grupo de laboratorio dibujará la proyección de una órbita diferente. Para la realización de la práctica se dispondrá de una sesión de dos horas, y el alumno es libre de emplear para los cálculos, que son sencillos, Matlab, Excel o ambas herramientas.

**Fig. 1.** Ejemplo de proyección de la órbita de un satélite

# Definición de la órbita de un satélite

## Sistema de coordenadas

La posición de un satélite se calcula normalmente en coordenadas cartesianas, (x,y,z), desde la que se puede pasar con facilidad a coordenadas esféricas, radio ρ, longitud θ y latitud Ψ, tal como se muestra en la figura 2.



**Fig 2.** Representación de un punto en coordenadas cartesianas y esféricas

La conversión de esféricas a cartesianas es:

x = ρ cosΨ cosθ

y = ρ cosΨ senθ (1)

z = ρ senΨ

y para la conversión inversa, de cartesianas a esféricas, se calcula primero ρ

ρ = ( x2 + y2 + z2 )1/2 (2a)

luego Ψ, a partir de z y ρ, y por último θ

Ψ = arcsen(z/ρ) (2b)

θ = arctan(y,x) entre 0 y 360º (2c)

## Proyección ecuatorial de la órbita

Los satélites de comunicaciones siguen órbitas casi circulares, con excentricidad muy pequeña, que en esta práctica se considera despreciable. Para definir una órbita se comienza por su proyección ecuatorial, es decir, se parte de una órbita contenida en el plano del ecuador, tal como se muestra en la Fig. 3.



**Fig.3.** Proyección ecuatorial de la órbita de un satélite

Conociendo el radio de la órbita, R, periodo de la órbita, T, y la fase a las 00.00, φin, se conoce la fase φ(t) en cualquier instante, aplicando las ecuaciones de la Fig.3. En consecuencia, para un tiempo t, las coordenadas (x0, y0, z0) del satélite en la órbita proyectada al ecuador son:

x0 = R cos φ(t), y0 = R sen φ(t), z0 = 0 (3)

## Ecuación de la órbita

La órbita real del satélite se obtiene mediante dos giros de la proyección ecuatorial:

1. Primer giro: giro alrededor del eje Y un ángulo roty
2. Segundo giro: giro alrededor del eje Z un ángulo rotz



**Fig. 4**. Obtención de la órbita real de la proyección ecuatorial mediante dos giros

Las coordenadas (x,y,z) de un punto que se obtiene de otro (x0,y0,z0) mediante rotaciones sobre los ejes Y y Z se calculan mediante la expresión matricial

(4)

siendo

(5a)

(5b)

## Relación entre radio de la órbita y periodo de rotación

Un satélite en una órbita de radio R debe tener una velocidad tal que la fuerza centrífuga compense la de la gravedad. Sabiendo R se calcula la velocidad, de la velocidad la velocidad angular y de ésta el periodo de rotación. Se obtiene

T2 = (2π)2·R3/(G·M) (6)

siendo

G = 6,674·10-11 la constante de gravitación universal (en unidades MKS)

M = 5,97·1024 masa de la Tierra (Kg)

Para un periodo de órbita de 12 h, el radio es 26606 km

# Descripción de la práctica

Cada grupo de laboratorio tiene unos datos de órbita diferentes, que se calculan a partir del número i del grupo (i va de 1 a 10). Los datos, y su valor en función del número de grupo son:

* periodo de la órbita (T), T(h) = 10 + i/2 (h indica horas)
* fase inicial en el plano ecuatorial (φin), φin(º)= i·10
* grado de inclinación de la órbita sobre el plano ecuatorial (roty), roty(º) = 49 + i
* giro de la órbita resultante sobre el eje Z (rotz), rotz(º) = i\*10

Con estos datos el grupo calcula el radio de la órbita R (en km) y cumplimenta la tabla siguiente de datos que definen la órbita, Tabla I.

Tabla I. Datos que definen la órbita

|  |  |
| --- | --- |
| Dato | Valor |
| M (Kg) | 5,97E+24 |
| G (m3Kg-1s-2) | 6,674E-11 |
| Número del grupo de laboratorio, i | 8 |
| T (h) | 14 |
| φin (º) | 80 |
| roty (º) | 57 |
| rotz (º) | 80 |
| R (km) | 2.948632331360818e+07 |

Una vez definida la órbita, para cada hora hay que calcular la posición del satélite, introduciendo los datos de posición en la tabla II . La posición viene definida por la longitud y latitud del satélite, que es la misma que la longitud y latitud del punto de la superficie terrestre desde la que se ve al satélite en posición cenital.

En función de las coordenadas cartesianas de posición del satélite, la latitud se calcula directamente con las fórmulas de transformación de cartesianas a esféricas (2). Pero para la longitud, además de emplear las fórmulas (2), hay que tener en cuenta que la Tierra también gira, en el mismo sentido que el satélite, 360º/24h. Por ejemplo, si el satélite tiene un periodo de órbita de 12 h, como la Tierra también gira, un observador en la Tierra aprecia un periodo de órbita de 24 h. Y si el satélite tarda 24 h en completar una órbita, para un observador en Tierra la órbita es geostacionaria, su longitud es constante

Tabla II. Posición del satélite en un periodo de 24 horas

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Posición del satélite | |
| Hora | long (º) | lat (º) |
| 0:00 | 4.51444769406988 | 8.37397218973908 |
| 1:00 | 3.71210137084296 | -13.1290986828323 |
| 2:00 | 5.67111763409929 | -33.7063368469994 |
| 3:00 | 17.2611331337621 | -50.6073487820295 |
| 4:00 | 45.2356692160613 | -56.8904870340502 |
| 5:00 | 69.9964198436395 | -47.4373849676153 |
| 6:00 | 78.6162389166381 | -29.3122332892046 |
| 7:00 | 79.5144476940699 | -8.37397218973908 |
| 8:00 | 78.7121013708430 | 13.1290986828323 |
| 9:00 | 80.6711176340993 | 33.7063368469994 |
| 10:00 | 92.2611331337621 | 50.6073487820295 |
| 11:00 | 120.235669216061 | 56.8904870340502 |
| 12:00 | 144.996419843640 | 47.4373849676153 |
| 13:00 | 153.616238916638 | 29.3122332892046 |
| 14:00 | 154.514447694070 | 8.37397218973909 |
| 15:00 | 153.712101370843 | -13.1290986828323 |
| 16:00 | 155.671117634099 | -33.7063368469994 |
| 17:00 | 167.261133133762 | -50.6073487820295 |
| 18:00 | -164.764330783939 | -56.8904870340502 |
| 19:00 | -140.003580156360 | -47.4373849676153 |
| 20:00 | -131.383761083362 | -29.3122332892046 |
| 21:00 | -130.485552305930 | -8.37397218973909 |
| 22:00 | -131.287898629157 | 13.1290986828322 |
| 23:00 | -129.328882365901 | 33.7063368469994 |

Una vez cumplimentada la tabla, los datos de latitud y longitud se trasladan a mano al mapa del mundo suministrado: a cada hora corresponde un punto, deben figurar los puntos y sus horas correspondientes, y los puntos consecutivos **se unen con un segmento**, para que la proyección de la órbita sea una línea de trazo continuo.

El mapa con el dibujo de la proyección de la órbita, las dos tablas rellenas, y cualquier fichero auxiliar que se haya empleado para los cálculos, se suben al Moodle al acabar la sesión de la práctica, o, como muy tarde, durante el mismo día de la sesión.